BAREM

CLASA A VII-A

15 februarie 2015

1. $a_1=\frac{a_2}{2}=\frac{a_3}{3}=...=\frac{a_{50}}{50}=k\Rightarrow a_1=k,a_2=2k,a_3=3k,...,a_{50}=50k$ 1p

$\sqrt{\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+...+\frac{1}{a_{49}a_{50}}}=\frac{1}{|k|}\cdot\frac{7}{5\sqrt{2}}$ 2p

$|k|=\frac{7}{5}\Rightarrow k\in\left\{-\frac{7}{5},\frac{7}{5}\right\}$ 1p

$a_1+a_2+a_3+...+a_{50}=k\cdot 25\cdot 51$ 1p

$a_1+a_2+a_3+...+a_{50}\in\{-1785,1785\}$ 2p

2. a) De exemplu are toate unghiurile drepte, deci *BMNP* este dreptunghi. 2p

$[BM]$ înălţime în $\Delta ABC\Rightarrow BM<AC\Rightarrow BM<MN\Rightarrow BMNP$ nu este pătrat 1p

b) Din *BMNP* dreptunghi obţinem *BP=MN*

$[ST]$ linie mijlocie în $\Delta BOP\Rightarrow ST\,||\,BP$ si $ST=\frac{BP}{2}=\frac{MN}{2}=MC$ 1p

$\left.\begin{array}{l}ST=MC\\ST\,||\,MC\end{array}\right\}\Rightarrow STCM$ paralelogram 1p

c)

STCM paralelogram $\Rightarrow$ SO=OC 1p

$BS=SO=OC\Rightarrow A_{\Delta MOC}=\frac{1}{3}A_{\Delta BMC}=\frac{1}{6}A_{\Delta ABC}$

$\frac{A_{\Delta MOC}}{A_{\Delta ABC}}=\frac{1}{6}$ 1p

3a)

$$|b-c|=|b+a-a-c|=|(b+a)+(-a-c)|\le|b+a|+|-(a+c)|=|b+a|+|a+c|$$ 3p

b) Aplicând punctul a) avem

$$|x+2014|+|x+1|\ge 2013$$

$$|x+2013|+|x+2|\ge 2011$$

.....

$$|x+1009|+|x+1006|\ge 3$$

$$|x+1008|+|x+1007|\ge 1$$ 2p

Însumând avem

$$|x+1|+|x+2|+...+|x+2014|\ge 1+3+5+...+2013=1007^2.$$ 2p

4. Fie paralelogramul $ABCD$. Putem presupune că $AB=2a$, $AD=a$, $m(\widehat{ABC})=120^\circ$, celălalt caz fiind analog. Bisectoarele unghiurilor $\widehat{ABC}$ şi $\widehat{ADC}$ intersectează laturile $[CD]$ respectiv $[AB]$ în mijloacele acestora N respectiv M 2p

$AMND$ şi $BCNM$ sunt romburi.....1p

Avem două cazuri:

I Aria suprafeţei triunghiulare determinată de o latură cu lungimea a şi bisectoarele a două unghiuri alăturate este de $5cm^2$ şi atunci aria paralelogramului este de $40cm^2$ 2p

II Aria suprafeţei triunghiulare determinată de o latură cu lungimea $2a$ şi bisectoarele a două unghiuri alăturate are este de $5cm^2$ şi atunci aria paralelogramului este de $10cm^2$ 2p